1. 维纳滤波

刘谨鸿

Wiener Filter

jinhong Liu

0 方案提出

维纳滤波由N.Wiener于1942年，基于最小均方误差准则下提出的最佳线性滤波方法,但是去噪的效果不太好。在自适应滤波中，最广泛采用的目标函数之一是均方误差(MSE)。且维纳滤波器的输入信号要求该信号是广义平稳信号，即信号的一阶矩和二阶矩不随时间变化。在自适应滤波中，最广泛采用的目标函数之一是均方误差(MSE)。当目标函数为时，其均方误差定义为，欲是均方误差最小，对均方误差求导等于0即可，因为该问题是一个凸优化问题。有，即，将展开即可得到，令，，则。下面针对几个去噪模型进行讨论。

1 方案设计及讨论

1.1 MSE

考虑模型为，其中为有用信号，为噪声信号，为叠加以后的信号。理想状况下，经过维纳滤波器以后，输出为。即，已知，未知和(即有用信号)，现考虑，，，那么就可以解出，，但这是个悖论，因为我们事先并不知道我们的有用信号是什么。

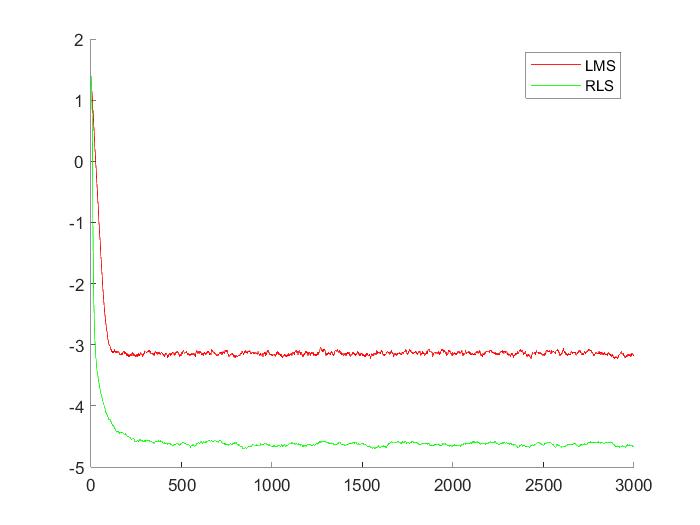
1.2 LMS

考虑目标函数为,用梯度下降法求解，我们由上知道在考虑均方误差时，有，将均方误差作为损失函数，则损失函数为，损失函数求导，则。

1.3 RLS

该算法在计算出后对和进行迭代，有，，随后引入增益向量(这里不再做推导)

2 MATLAB仿真

下面进行LMS和RLS的仿真

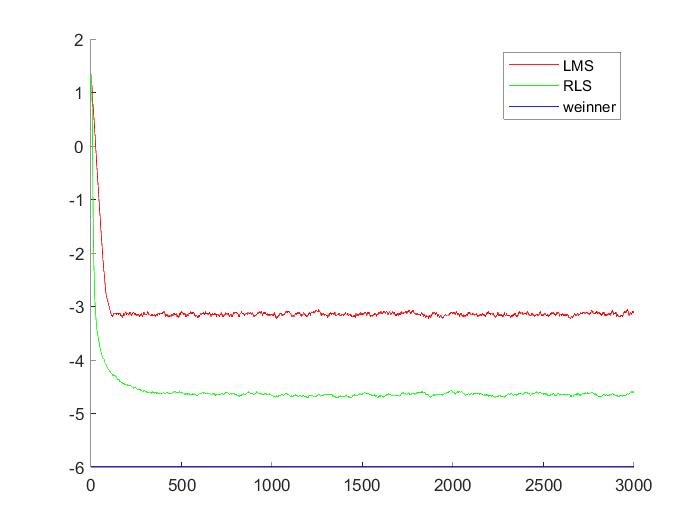
图(1)

这是RLS的参数设置

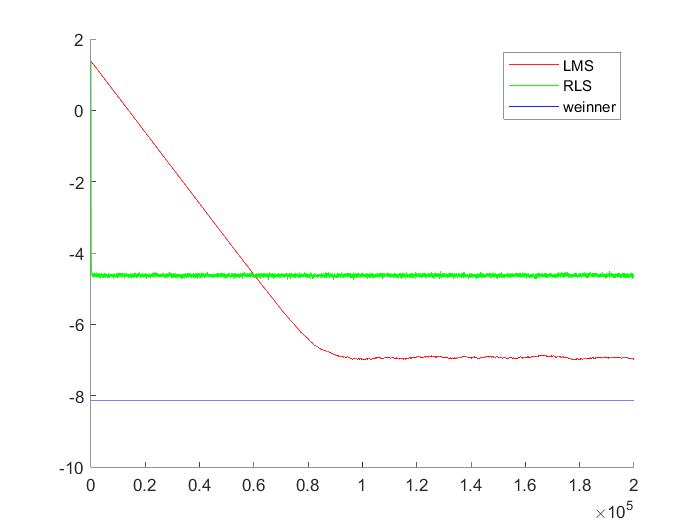


通过图(1)我们可以看到RLS的收敛误差远小于LMS(此处展示的是对数误差)

下图(2)是假设我们知道有用信号时，与RLS和LMS进行的对比

图(2)

3 问题提出和思考

为什么会产生图(2)维纳解的误差低于LMS和RLS呢？中和是用所有样本点进行的计算，而LMS和RLS是根据每一个样本点不断变化，使当前样本点误差最低，受步长和样本点总数影响，导致收敛误差发生变化，于是我讲原本样本点个数增加到了，且将LMS步长从0.1改成了0.0001(如图(3)所示)，这也导致收敛速度极其缓慢，但是收敛误差也明显降低，所以我认为在样本点足够多，且步长很小时，收敛误差是可以达到维纳解误差或甚至比维纳解误差更低的。

图(3)